



**CONCOURS D'ACCES A LA FORMATION DE DOCTORAT LMD EN
 TÉLÉCOMMUNICATIONS POUR L'ANNEE UNIVERSITAIRE 2020-2021**

**Epreuve : Traitement du signal et Probabilité stochastique
 Durée 1H30**

Partie 1 : Probabilité stochastique (10 points)

Exercice 1 (5 points):

Soit $X(t)$ un processus réel et centré. On propose d'étudier le processus :

$$Y(t) = X(t - \alpha) - X(t)$$

Où α est une constante.

- Déterminer la fonction d'intercorrélation ;
- En déduire la fonction d'autocorrélation ;

Si $X(t)$ est stationnaire du second ordre, que peut-on dire du processus $Y(t)$.

Exercice 2 (5 points):

On définit le signal $y(t)$ par l'expressions suivante: $y(t) = r x(t) \cos(\omega_p t + \varphi)$, où $x(t)$ est un signal aléatoire stationnaire modulant une porteuse sinusoïdale $r \cos(\omega_p t + \varphi)$. Le signal $x(t)$ a une moyenne nulle, une corrélation $R_x(\tau)$ et une densité spectrale de puissance $S_x(\omega)$. Les deux paramètres r et ω_p sont des constantes, et φ est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ et est indépendante de $x(t)$. Calculer:

- 1- La valeur moyenne de $y(t)$.
- 2- La corrélation $R_y(\tau)$ de $y(t)$.
- 3- La densité spectrale de puissance $S_y(\omega)$ de $y(t)$.

Partie 2 : Traitement du signal (10 points)

Exercice 1 (5 points):

A) Calculer la transformée de Fourier inverse des signaux numériques de

$$H(e^{j\omega}) = 2 - 3e^{-j\omega} - e^{-j(2\omega - 4)}$$

B) En calculant explicitement dans le domaine temporel la convolution, trouver la valeur de

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad \text{avec : } x(n) = \beta^{n-n_0} u(n - n_0) \text{ et}$$

$$h(n) = \begin{cases} \alpha^n, & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{où } u(n) \text{ est le signal échelon unité.}$$

C) Calculer la transformée en z inverse de $H(z) = \frac{0,5z^2 + 2,5z}{z^2 - 4z + 3}$ où

$h(n)$ est un signal causal

D) Soit le signal discret $x(n)$ tel que $x(0) = 2$, $x(1) = -1$, $x(2) = 3$ et $x(4) = 3$ et zéro ailleurs. Calculer la TFD de longueur $N = 4$ (Transformée discrète de Fourier, DFT en anglais) du signal $x(n)$.

$$e^{j \frac{2\pi kn}{T}}$$

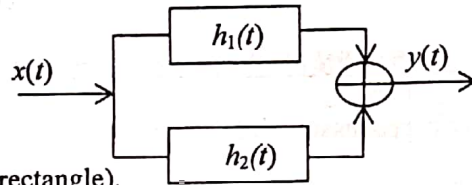


Exercice 2 (5 points):

Soit le système des filtres de la figure suivante où $x(t)$ et $y(t)$ sont des signaux d'entrée et de sortie, respectifs, et $h_1(t)$ et $h_2(t)$ sont des filtres (voir Fig.1) donnés par les deux expressions suivantes:

$$h_1(t) = e^{-|t|} \pi\left(\frac{t}{4}\right)$$

$$h_2(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \pi\left(\frac{t+4}{2}\right)$$



Où $\pi(t)$ représente la fonction porte (où bien la fonction rectangle).

- 1) Calculer puis tracer la réponse impulsionnelle de ce système.
- 2) Calculer puis tracer la sortie $y(t)$ si $x(t) = \delta(t-k)$, avec $k=0$ puis $k=4$.
- 3) Calculer la réponse en fréquence de ce système.
- 4) Calculer puis tracer la sortie $y(t)$ si $x(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \delta(t - 10p)$.
- 5) Calculer le spectre du signal $y(t)$ dans le cas de la question 4.

$\pi\left(\frac{t+4}{2}\right)$